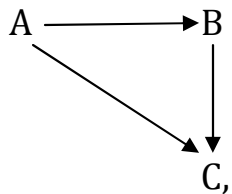


## Pushout- und Kommutationsbedingungen für tetravalente Semiotiken

1. Als Max Bense die Kategorietheorie in die Semiotik einführte (Bense 1981, S. 139 ff.), stellte er auch sogleich fest, dass die triadisch-trichotomische Peircesche Primzeichenrelation (Bense 1981, S. 17 ff.) einer Relation genügen muss, für die das folgende Diagramm kommutiert (Bense 1981, S. 139):

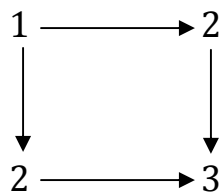


wobei  $A \equiv =$ ,  $B \equiv M$  und  $C \equiv I$ . In anderen Worten: Der Domäne einer Kategorie korrespondiert der semiotische Objektbezug, der Codomäne der semiotische Interpretantenbezug, und das zwischen beiden Kategorien vermittelnde Mittel entspricht der komponierten Abbildung  $A \rightarrow C$ . Die zugrunde liegenden Zeichenrelation hat also die Form

$$ZR = (O, M, I)$$

und entspricht damit der Ordnung der Kategorien eines Kommunikationsschemas (Bense 1971, S. 39).

2. Das Pushout-Schema („comeet“ nach Lawvere 1966, S. 7) für die triadisch-trichotomische Semiotik sieht daher wie folgt aus:

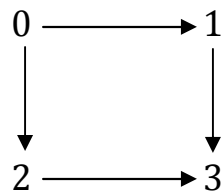


mit  $1 \rightarrow 2 := \alpha$ ,  $2 \rightarrow 3 := \beta$  (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.).

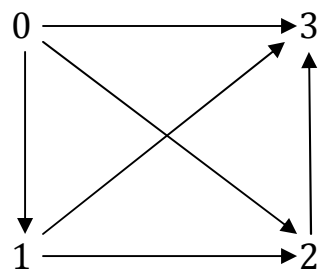
Dagegen müssen wir für die in Toth (2011) eingeführte dyadisch-tetravalente Semiotik

ZR = ((3.a 0.b), (2.c 1.d))

ein Pushout der Form



ansetzen. Die zugehörige Kategorie hat nun natürlich nicht mehr ein Drei-, sondern ein Viereck, das kommutieren muss:



mit  $0 \rightarrow 1 := \alpha_1$ ,  $1 \rightarrow 2 := \alpha_2$ ,  $2 \rightarrow 3 := \alpha_3$  und  $1 \rightarrow 3 = \alpha_3\alpha_2$  sowie  $0 \rightarrow 2 = \alpha_2\alpha_1$ .  
Da sich die Anzahl der Partialrelationen durch die Formel (z.B. Menne 1991, S. 152)

$$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-(k-1))}{k!}$$

errechnet, enthält also eine tetravalente Semiotik 10 Abbildungen und damit Morphismen.

## Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1971

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Lawvere, F. William, The category of categories as a foundation for mathematics. In: Eilenberg, Samuel et al. (Hrsg.), Proceedings of the Conference on Categorical Algebra. New York 1966, S. 1-20

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Zur Charakteristik der dyadisch-tetravalenten Zeichenfunktion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Charakt.%20dyadisch-tetravalent.pdf> (2011b)

20.5.2011